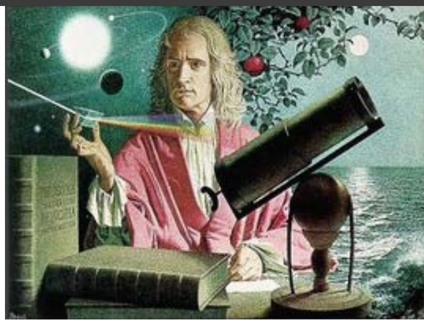
SciencesOz



Spécialité T^{ale}

P4
Mouvement et Deuxième loi de Newton

I. Mouvement d'un point

II. Les lois de Newton (1666)

Nadia LAVOIGNAT
Lycée Ozanam MACON

P4 - MOUVEMENT ET DEUXIEME LOI DE NEWTON

I. Mouvement d'un point ou cinématique du point

La cinématique est l'étude du mouvement indépendamment des causes qui le provoquent.

1. Les référentiels (rappels 2nde)

Pour étudier le mouvement d'un point, on doit définir au préalable le référentiel d'étude.

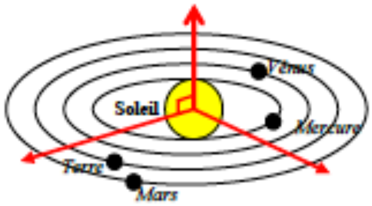
Il en existe différents types, qui possèdent :
- tous <u>la même horloge</u> ;
- un <u>solide de référence</u> différent et associé à un <u>repère d'espace</u>.

a. **Le référentiel héliocentrique**

Il s'agit du <u>référentiel rattaché au centre du Soleil</u> (*hélios = soleil*).

*Le centre du Soleil constitue l'origine du repère et les 3 axes sont dirigés vers des étoiles lointaines fixes (2 axes constituants le plan de l'écliptique dans lequel est contenu la trajectoire de la Terre & 1 axe orthogonal à ce plan).

On l'utilise pour <u>étudier le mouvement des planètes autour du Soleil</u>.
(Chaque planète décrit une orbite elliptique autour du Soleil)



Solide de référence attaché au référentiel héliocentrique

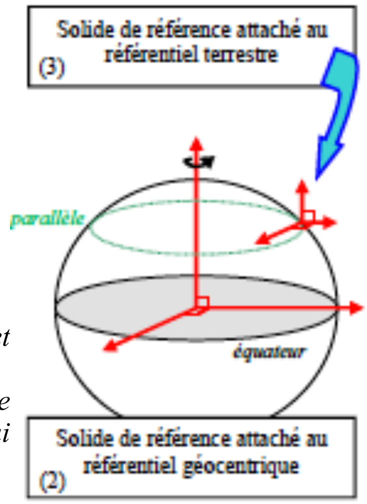
b. **Le référentiel géocentrique**

Il s'agit du <u>référentiel rattaché au centre de la Terre</u> (*géo = Terre*).

*Le centre de la Terre constitue l'origine du repère et les 3 axes sont dirigés vers des étoiles lointaines fixes (2 axes constituants le plan de l'équateur & 1 axe orthogonal à ce plan).

On l'utilise pour <u>étudier le mouvement des satellites de la Terre</u>.
(Les satellites artificiels ou naturel : Lune.)

<u>Rq</u> : La Terre n'est pas au repos (= non immobile) dans ce référentiel !
En effet, elle tourne sur elle-même autour de l'axe qui passe par ses pôles et perpendiculaire au plan de l'équateur.
=> Ainsi, un point de la surface du globe terrestre décrit une trajectoire circulaire dans le référentiel géocentrique. Le cercle décrit porte le nom de parallèle (ce qui correspond à tous les points ayant la même latitude).



c. **Le référentiel terrestre**

Il s'agit d'un <u>référentiel rattaché à la surface de la Terre</u>.

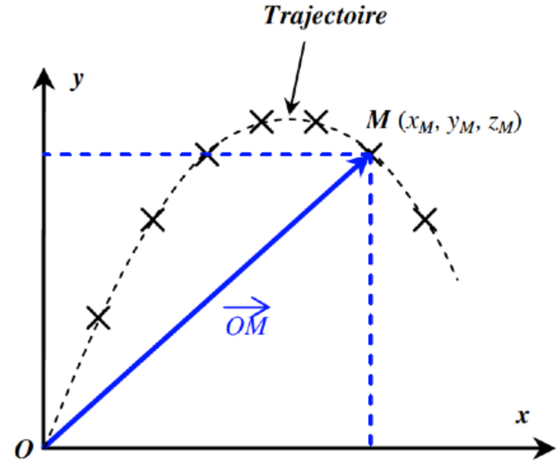
*N'importe quel solide de référence lié à la Terre, c'est-à-dire fixe par rapport à la Terre (route, arbre, salle de classe,…) permet de constituer un référentiel terrestre. Il en existe donc une infinité !

On les utilise pour <u>étudier le mouvement des objets sur Terre</u>.
(Mouvement d'une balle, d'une voiture, d'un train, d'un individu….)

2. Les vecteurs de la mécanique

a. **Le vecteur position**

La position M d'un mobile dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. est donnée par son vecteur position $\overrightarrow{OM}$:



$$\overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x_M - x_0 \\ y_M - y_0 \\ z_M - z_0 \end{vmatrix} \quad soit\ \overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{OM} = x_M.\vec{i} + y_M.\vec{j} + z_M.\vec{k}$$

Lorsqu'un mobile se déplace sur sa trajectoire, sa position change au cours du temps. A chaque position $\overrightarrow{OM}$ est donc associée une date t.

La position étant donc fonction du temps, on la notera : $\overrightarrow{OM}(t)$

$$\boxed{\overrightarrow{OM}(t)\begin{vmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{vmatrix}}$$

x(t), y(t) et z(t) des fonctions qui dépendent du temps.

b. **Le vecteur vitesse instantanée**

Le vecteur vitesse caractérise la variation du vecteur position en fonction du temps. On peut donc écrire :

$$\vec{v} = \frac{variation\ position}{variation\ temps} = \frac{\Delta\overrightarrow{OM}}{\Delta t} \Leftrightarrow \vec{v} = \frac{\overrightarrow{OM'} - \overrightarrow{OM}}{t' - t} = \frac{\overrightarrow{OM'} + \overrightarrow{MO}}{t' - t} = \frac{\overrightarrow{MM'}}{\tau}$$

Pour obtenir une vitesse instantanée la plus précise possible, on fait tendre l'intervalle de temps τ vers zéro :

$$\boxed{\vec{v}(t) = \frac{d\,\overrightarrow{OM}}{dt}}$$

v (t) en m.s^{-1}
OM en m
t en s

Dans un référentiel donné, à chaque instant, le vecteur vitesse instantanée d'un mobile M est la dérivée par rapport au temps de son vecteur position.

$$notation\ :\ \vec{v}(t) = \begin{vmatrix} v_x(t) = \dfrac{dx}{dt} = \dot{x} \\ v_y(t) = \dfrac{dy}{dt} = \dot{y} \\ v_z(t) = \dfrac{dz}{dt} = \dot{z} \end{vmatrix} \quad et\ \vec{v} = v_x.\vec{i} + v_y.\vec{j} + v_z.\vec{k} = \dot{x}.\vec{i} + \dot{y}.\vec{j} + \dot{z}.\vec{k}$$

La valeur de la vitesse à une date donnée est égale à la norme du vecteur : $\|\vec{v}\| = v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$

Application :

La position d'un mobile M au cours du temps est donnée par le vecteur ci-contre :

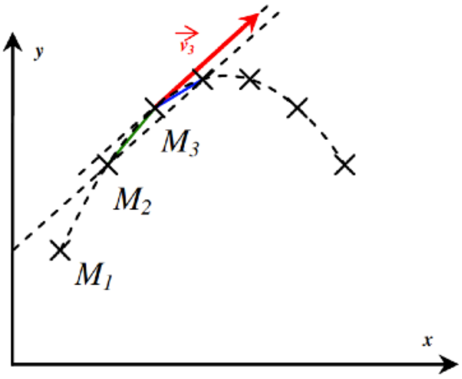
a. Représenter sa trajectoire dans un repère entre 0 et 3 s.
b. Pourquoi peut-on parler d'un mouvement plan ?
c. Déterminer l'expression du vecteur vitesse du mobile en fonction du temps.
d. Déterminer la valeur de la vitesse du mobile à la date t = 2,0 s.

$$\overrightarrow{OM}(t)\begin{vmatrix} x(t) = 2t - 1 \\ y(t) = -5t^2 + 10t + 2 \\ z(t) = 0 \end{vmatrix}$$

Graphiquement, sur un relevé de positions, le vecteur vitesse en un point est une moyenne de la vitesse entre le point précédent et le point suivant.

Ce vecteur est porté par la tangente à la trajectoire et est orienté dans le sens du mouvement.

En élargissant l'intervalle de temps pour obtenir une meilleure direction du vecteur vitesse, on obtient :



$$\vec{v_i}(t) = \frac{\overrightarrow{OM}_{i+1}(t) - \overrightarrow{OM}_{i-1}(t)}{t_{i+1} - t_{i-1}} = \frac{\overrightarrow{M_{i-1}M_{i+1}}}{2\tau}$$

Remarque :

La durée constante entre deux positions successives du mobile sur un relevé est notée ici τ (tau)

Rappel :

Méthode de tracé du vecteur $\vec{v_3}$: Mesurer le segment M_2M_4 ; appliquer l'échelle des distances puis calculer la valeur de la vitesse :

$$\| \vec{v_3} \| = v_3 = \frac{M_2M_4}{2\tau}$$

Tracer le vecteur vitesse $\vec{v_3}$ au point M_3, parallèle à M_2M_4, en appliquant l'échelle des vitesses.

c. **Le vecteur accélération**

Le vecteur accélération caractérise la variation du vecteur vitesse en fonction du temps.

$$\boxed{\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}}$$

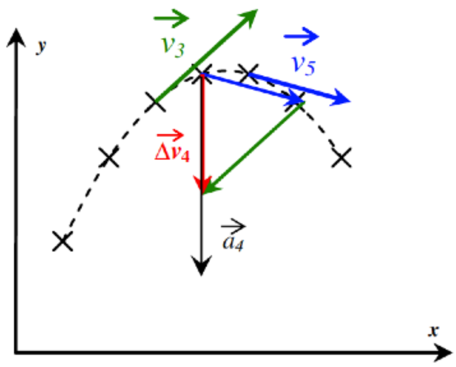
a (t) en $m.s^{-2}$
v en $m.s^{-1}$
t en s

Dans un référentiel donné, à chaque instant, le vecteur accélération instantanée d'un mobile M est la dérivée par rapport au temps de son vecteur vitesse.

$$notation\ :\ \vec{a}(t)\left|\begin{aligned} a_x(t) &= \frac{dv_x}{dt} = \dot{v}_x = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} \\ a_y(t) &= \frac{dv_y}{dt} = \dot{v}_y = \frac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y} \\ a_z(t) &= \frac{dv_z}{dt} = \dot{v}_z = \frac{d^2z}{dt^2} = \ddot{z} \end{aligned}\right.$$

$$et\ \vec{a}(t) = a_x.\vec{i} + a_y.\vec{j} + a_z.\vec{k}$$
$$= \dot{v}_x.\vec{i} + \dot{v}_y.\vec{j} + \dot{v}_z.\vec{k}$$
$$= \ddot{x}.\vec{i} + \ddot{y}.\vec{j} + \ddot{z}.\vec{k}$$

Graphiquement, sur un relevé de positions, pour tracer le vecteur accélération en un point, il faut au préalable tracer le vecteur « variation de vitesse » noté : $\Delta\vec{v}$



$$\vec{a} = \frac{variation\ vitesse}{variation\ temps} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

$$\vec{a}(t_i) = \frac{\vec{v}(t_{i+1}) - \vec{v}(t_{i-1})}{2\tau}$$

Méthode de tracé du vecteur $\vec{a}_4$: Tracer les vecteurs vitesse $\vec{v_3}$ *et* $\vec{v_5}$, construire en partant de M_4, le vecteur variation de vitesse $\Delta\vec{v_4} = \vec{v_5} - \vec{v_3}$, calculer sa norme en appliquant l'échelle des vitesses puis calculer la valeur de l'accélération : $a_4 = \frac{\Delta v_4}{2\tau}$

Tracer le vecteur accélération $\vec{a_4}$, au point M_4, colinéaire et de même sens que $\Delta\vec{v_4}$ en appliquant l'échelle des accélérations.

Application :

La position d'un mobile M au cours du temps est donnée par le vecteur ci-contre :

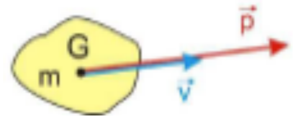
a. Déterminer l'expression du vecteur accélération en fonction du temps.

b. Calculer la valeur de l'accélération subie par le mobile à la date t = 2,7 s.

$$\overrightarrow{OM}(t)\begin{vmatrix} x(t) = 2t - 1 \\ y(t) = -5t^2 + 10t + 2 \\ z(t) = 0 \end{vmatrix}$$

d. Le vecteur quantité de mouvement

Le vecteur « quantité de mouvement » $\overrightarrow{p}$ d'un point matériel est égal au produit de sa masse m par son vecteur vitesse $\overrightarrow{v}$.



A noter :

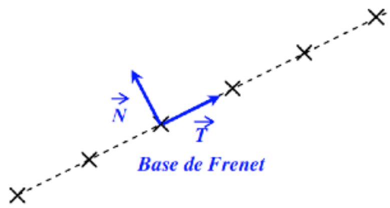
Le vecteur quantité de mouvement et le vecteur vitesse ont toujours même sens et même direction.

$$\boxed{\overrightarrow{p} = m.\overrightarrow{v}}$$

p en kg.m.s^{-1}
v en m.s^{-1}
m en kg

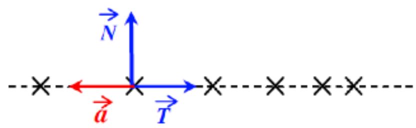
3. Mouvement et repère de Frenet

Le mouvement ***rectiligne uniforme*** est caractérisé par une accélération nulle ($a_N = a_T = 0$) car le vecteur vitesse du mobile est constant.



$$\overrightarrow{a} = \overrightarrow{a_T} + \overrightarrow{a_N} = a_T.\overrightarrow{T} + a_N.\overrightarrow{N} = 0.\overrightarrow{T} + 0.\overrightarrow{N}$$

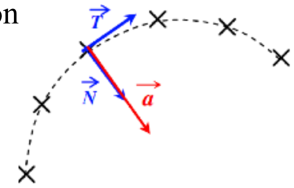
Le mouvement ***rectiligne varié ou accéléré*** est caractérisé par une accélération normale nulle ($a_N=0$) et une accélération tangentielle non nulle ($a_T \neq 0$)



$$\overrightarrow{a} = \overrightarrow{a_T} + \overrightarrow{a_N} = a_T.\overrightarrow{T} + 0.\overrightarrow{N} \Leftrightarrow \overrightarrow{a} = \overrightarrow{a_T}$$

D'une manière générale, le mouvement rectiligne implique une accélération normale nulle.

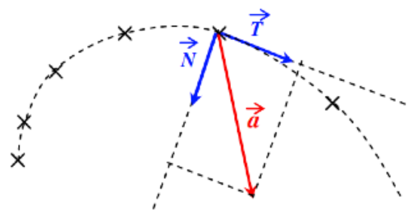
Le mouvement ***curviligne uniforme*** est caractérisé par une accélération tangentielle nulle ($a_T = 0$) et une accélération normale non nulle ($a_N \neq 0$).



$$\overrightarrow{a} = \overrightarrow{a_T} + \overrightarrow{a_N} = 0.\overrightarrow{T} + a_N.\overrightarrow{N} \Leftrightarrow \overrightarrow{a} = \overrightarrow{a_N}$$

D'une manière générale, le mouvement uniforme implique une accélération tangentielle nulle.

Le mouvement ***curviligne varié ou accéléré*** est caractérisé par une accélération tangentielle et une accélération normale non nulle ($a_T \neq 0$ et $a_N \neq 0$).



$$\overrightarrow{a} = \overrightarrow{a_T} + \overrightarrow{a_N} = a_T.\overrightarrow{T} + a_N.\overrightarrow{N}$$

Remarque :

Une trajectoire curviligne peut être circulaire, elliptique, parabolique ou autre.

Par exemple, le mouvement de la Terre dans le référentiel héliocentrique est circulaire uniforme.

La trajectoire et le mouvement d'un mobile dépendent du référentiel choisi.

Résumé :

★ **a_T = 0** <=> Le mouvement est rectiligne ou curviligne **UNIFORME**

★ **a_N = 0** <=> Le mouvement est **RECTILIGNE** uniforme ou varié

II. Les lois de Newton

1. Centre de masse (ou d'inertie) d'un système

Afin de décrire le mouvement d'un solide, il faut :

- choisir un système (généralement le solide en mouvement) ;
- choisir un repère d'espace et de temps (référentiel) ;
- effectuer le bilan des forces extérieures qui s'exercent sur ce solide ;
- définir le vecteur accélération, le vecteur vitesse puis le vecteur position ;
- déterminer sa trajectoire.

2. Système étudié

En cinématique, on s'intéresse au mouvement d'un objet dans un référentiel donné. Cet objet constitue le **système** étudié. Le système peut être indéformable (solide) ou déformable (pâte à modeler). Dans les études cinématiques suivantes, les systèmes sont assimilés à des points. On assimilera un solide à un point matériel qui est confondu avec le centre d'inertie du solide et dont la masse est celle du solide considéré.

Exemples :

Le système est le {ballon} qui peut être assimilé à un solide indéformable.

Le système est {homme-parachute} qui peut être « assimilé » à un solide indéformable.

Le système peut-être également assimilé à un point. Ce point est le centre d'inertie du ballon.

Le centre de masse (centre d'inertie) est le point ayant la trajectoire **la plus simple** (rectiligne, parabolique).

3. Référentiel galiléen

L'ensemble des référentiels vus en I.1. sont supposés galiléens.

Un référentiel est dit galiléen si **le principe d'inertie** (1ère loi de Newton) est applicable dans celui-ci.

De plus, tout référentiel en mouvement de translation rectiligne et uniforme par rapport à un référentiel galiléen est lui-même galiléen.

4. Bilan des forces

Il est essentiel de faire le bilan des forces afin de déterminer si le mouvement sera uniforme (les forces se compensent) ou varié (accéléré ou ralenti) (les forces ne se compensent pas).

Application :

- Faire le bilan des forces s'appliquant sur le système {homme-parachute}
- Schématiser ces forces pour 2 cas : rectiligne accéléré et rectiligne uniforme

5. La deuxième loi de Newton

a. Première loi de Newton : principe d'inertie.

Dans un référentiel galiléen, si la somme des forces extérieures appliquées au centre d'inertie d'un solide est nulle, alors son mouvement est rectiligne uniforme et réciproquement.

$$Si\ \Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{v_G} = \overrightarrow{Cte}$$

b. Troisième loi de Newton : principe des actions réciproques.

A et B étant deux corps en interaction, la force exercée par A sur B notée $\overrightarrow{F_{A/B}}$ et la force exercée par B sur A notée $\overrightarrow{F_{B/A}}$ ont même direction, même intensité mais des sens opposés.

$$\overrightarrow{F_{A/B}} = -\overrightarrow{F_{B/A}}$$

c. Deuxième loi de Newton : Principe Fondamental de la Dynamique (P.F.D.)

Enoncé :

Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces qui s'exercent sur un point matériel est égale à la dérivée par rapport au temps du vecteur quantité de mouvement (ou aussi au produit de la masse du système par le vecteur accélération de son centre de masse)

$$\boxed{\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = \frac{\overrightarrow{dp}}{dt} = \frac{d(m.\overrightarrow{v_G})}{dt} = m\frac{d\overrightarrow{v_G}}{dt} = m.\overrightarrow{a_G}}$$

F en Newton (N)
m en kg
a en $m.s^{-2}$